B. Külshammer

Ausgabe: 29.10.07
Abgabe: 06.11.-09.11.07

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LA Gymnasium)

Übungsblatt 2

Die Modulprüfung findet in Form einer Klausur am 23.02.08 von 9 bis 12 Uhr im HS1 **CZ3** statt. Zur Klausur wird zugelassen, wer in den Übungen mindestens 30% der möglichen Punkte erreicht und in der Übungsgruppe mindestens zweimal vorgerechnet hat. Für Studierende, die die Prüfung nicht bestehen oder die aus triftigen Gründen nicht teilnehmen können, wird es Anfang April 2008 eine Wiederholungsprüfung geben.

Aufgabe 5 (2+2+2+2)
Gegeben seien eine Abbildung $f : M \to N$ und Teilmengen X_1, X_2 von M bzw. Y_1, Y_2 von N.
Beweisen oder widerlegen Sie:

(i) $f(X_1 \cup X_2) = f(X_1) \cup f(X_2)$.

(ii) $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$.

(iii) $f^{-1}(Y_1 \cup Y_2) = f^{-1}(Y_1) \cup f^{-1}(Y_2)$.

(iv) $f^{-1}(Y_1 \cap Y_2) = f^{-1}(Y_1) \cap f^{-1}(Y_2)$.

Aufgabe 6 (2+2+2)
Zeigen Sie, dass für jede Abbildung $f : M \to N$ gilt:

(i) Für jede Teilmenge X von M ist $X \subseteq f^{-1}(f(X))$.

(ii) Für jede Teilmenge Y von N ist $f(f^{-1}(Y)) \subseteq Y$.

Geben Sie Beispiele mit $X \neq f^{-1}(f(X))$ bzw. $f(f^{-1}(Y)) \neq Y$ an.

Aufgabe 7 (2+2+2)
Zeigen Sie, dass für Abbildungen $f : M \to N$ und $g : N \to P$ stets gilt:

(i) Ist $g \circ f$ surjektiv, so auch g.

(ii) Ist $g \circ f$ injektiv, so auch f.

Geben Sie ein Beispiel an, in dem $g \circ f$, aber weder f noch g bijektiv ist.

Aufgabe 8 (2+2+2)
Für welche $a, b, c \in \mathbb{R}$ ist die Abbildung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto ax^2 + bx + c$, injektiv bzw. surjektiv?
Geben Sie im Fall, dass f bijektiv ist, eine Formel für die Umkehrabbildung f^{-1} an.

Hinweis: Die Übungsblätter finden Sie auch im Internet unter der Adresse:
http://www.mathematik.uni-jena.de/algebra/