Übungen zur Vorlesung
Mathematik (Lineare Algebra)
Blatt 9

Aufgabe 1. (9 Punkte) Es sei $\mathbb{R}^3$ der euklidische Raum mit dem Standardskalarprodukt, $W := \{(x_1, x_2, x_3) \mid 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0\}$ und $v = (1, 2, 3)$.

(i) Bestimmen Sie $W^\perp$.

(ii) Bestimmen Sie die orthogonale Projektion von v auf W.

(iii) Berechnen Sie den Abstand $\operatorname{dist}(v, W)$.

Aufgabe 2. (6 Punkte)

(i) Zeigen Sie, dass durch

$$\big((x_1, x_2), (y_1, y_2)\big) := 2x_1y_1 + x_2y_2 - x_1y_2 - x_2y_1$$

ein Skalarprodukt auf dem Vektorraum $\mathbb{R}^2$ definiert wird.

(ii) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^2$ bzgl. dieses Skalarprodukts.

Aufgabe 3. (3 Punkte) Es sei $V = C[a, b]$ der Vektorraum aller stetigen Funktionen $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass durch

$$\langle f, g\rangle := \int_a^b f(x)g(x)dx$$

ein Skalarprodukt auf V definiert wird.

Klausurtermin:

Dienstag, 6. Februar 2007, 13:00 - 15:00 Uhr, Hörsaal 3, Carl-Zeiss-Str. 3