

Übungen zur Vorlesung

Mathematik (Lineare Algebra)

Blatt 3

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Es sei $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Begründen Sie, warum $R := \{(1, 2), (3, 4), (4, 5)\}$ keine Äquivalenzrelation auf M ist; und fügen Sie eine minimale Anzahl von Paaren aus $M \times M$ zu R hinzu, so dass die neu entstandene Relation \bar{R} eine Äquivalenzrelation ist. In wie viele Äquivalenzklassen zerfällt M ? Geben Sie das System dieser Äquivalenzklassen an.

Aufgabe 2. (6 Punkte)

Es sei $M = \{1, 2, \dots, n\}$.

- (i) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die Potenzmenge $\mathfrak{P}(M)$ genau 2^n Elemente hat.
- (ii) Wieviele reflexive Relationen gibt es auf M ?
- (iii) Wieviele symmetrische Relationen gibt es auf M ?

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Es sei p eine Primzahl und V ein n -dimensionaler Vektorraum über dem Körper \mathbb{F}_p .

- (i) Wieviele Elemente besitzt V ?
- (ii) Wieviele eindimensionale Unterräume besitzt V ?

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Welche der folgenden Teilmengen sind Unterräume von \mathbb{R}^3 ?

- (i) $M_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -2z\}$
- (ii) $M_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 7\}$
- (iii) $M_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y = 0, y - z = 0\}$
- (iv) $M_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z = 0\}$