

Übungen zur Ringtheorie

Blatt 3

Aufgabe 11

Zeigen Sie, dass jedes Primideal eines Rings R ein minimales Primideal enthält.

Aufgabe 12

- (i) Finden Sie ein Primideal, das nicht maximal ist.
- (ii) Finden Sie ein Semiprimideal, das kein Primideal ist.
- (iii) Finden Sie ein Nilideal, das nicht nilpotent ist.

Aufgabe 13

Zeigen Sie, dass die Menge $\mathcal{C}[0, 1]$ aller stetigen Funktionen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit der üblichen punktweisen Addition und Multiplikation zu einem kommutativen Ring wird, und bestimmen Sie alle maximalen Ideale in diesem Ring.

Aufgabe 14

Zeigen Sie, dass ein Idempotent e eines Rings R genau dann im Zentrum $Z(R)$ liegt, wenn gilt:
 $eR(1 - e) = 0 = (1 - e)Re$.

Aufgabe 15

Zeigen Sie, dass das Zentrum eines einfachen Rings stets ein Körper ist.