K. Haberland
G. Horn

Ausgabe: Woche vom 08. 05. 2006
Abgabe: Woche vom 15. 05. 2006

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 3

Aufgabe 1. (5 Punkte) Es sei $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Begründen Sie, warum $R := \{(1, 2), (3, 4), (4, 5)\}$ keine Äquivalenzrelation auf M ist; und fügen Sie eine minimale Anzahl von Paaren aus $M \times M$ zu R hinzu, so dass die neu entstandene Relation $\bar{R}$ eine Äquivalenzrelation ist. In wie viele Äquivalenzklassen zerfällt M? Geben Sie das System dieser Äquivalenzklassen an.

Aufgabe 2. (6 Punkte) Es sei $M = \{1, 2, \dots, n\}$.

(i) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die Potenzmenge $\mathfrak{P}(M)$ genau 2^n Elemente hat.

(ii) Wieviele reflexive Relationen gibt es auf M?

(iii) Wieviele symmetrische Relationen gibt es auf M?

Aufgabe 3. (4 Punkte) Es sei p eine Primzahl und V ein n–dimensionaler Vektorraum über dem Körper $\mathbb{F}_p$.

(i) Wieviele Elemente besitzt V?

(ii) Wieviele eindimensionale Unterräume besitzt V?

Aufgabe 4. (4 Punkte) Welche der folgenden Teilmengen sind Unterräume von $\mathbb{R}^3$?

(i) $M_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -2z\}$

(ii) $M_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 7\}$

(iii) $M_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y = 0, y - z = 0\}$

(iv) $M_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z = 0\}$