

Sommersemester 2007

## Seminar: Fraktale Geometrie

Das Seminar kann innerhalb des Moduls "Reine Mathematik" im Hauptstudium (Mathematisches Wahlpflichtfach) belegt werden.

Das Hauptaugenmerk der Veranstaltung wird darauf liegen, den Begriff "Fraktal" für eine Mengenkategorie mathematisch einzuführen. Speziell werden wir uns dabei mit Attraktoren iterierter Funktionen-Systeme beschäftigen, insbesondere mit den sogenannten selbstähnlichen Fraktalen. Mit Hilfe des Collage-Theorems werden wir die Grundideen gewisser Verfahren der digitalen Bildkompression kennenlernen. Weiterhin werden die Kodierung von Fraktalen und die (rechnerische) Simulation selbstähnlicher Mengen behandelt. Zum Schluß des Seminars werden "Superfractals" vorgestellt, eine erst 2006 von Michael Barnsley im gleichnamigen Buch vorgestellte "Spezies" fraktaler Mengen, die neue Richtungen auf diesem Gebiet aufzeigt, insbesondere bei der Modellierung zufälliger fraktaler Mengen.

*Die Veranstaltung ist auch für Lehramtsstudenten/Gym. im Hauptstudium geeignet. StudentInnen, die gern programmieren, sind besonders herzlich willkommen, ihre Fähigkeiten im Seminar einzubringen.*

*Die Modul Anforderung besteht im Halten eines Vortrages sowie in der schriftlichen Ausarbeitung des Vortrags. Letzteres kann durch das Schreiben eines Programmes zum entsprechenden Vortragsthema ersetzt werden.*

**Einschreibungen im Sekretariat Frau Spilling!**

## THEMEN

1. **Kontraktive Abbildungen in metrischen Räumen und der Hausdorff-Abstand (2 Vorträge)** (Grundkurs Analysis, [B1, F1, F2])
  - Vollständige metrische Räume, Banachscher Fixpunktsatz (zusammenfassende Wiederholung des entsprechenden Vorlesungsstoffes aus der Analysis)
  - Collage-Lemma, Hausdorff-Metrik im Raum der nichtleeren kompakten Mengen
2. **Attraktoren iterierter Funktionensysteme im  $\mathbb{R}^n$  – Selbstähnlichkeit (2 Vorträge)** [B1, F1, F2]
  - Konstruktion selbstähnlicher Fraktale über Durchschnittsbildung

- Invarianzeigenschaft
  - Attraktoreigenschaft
  - Beispiele
3. **Das Collage–Theorem und seine Anwendungen (2 Vorträge)** [B1, B2, F1]
- Approximation von Bildern mit Hilfe fraktaler Attraktoren
  - parameterabhängige Attraktoren
  - Erzeugung von Movies
4. **Codierung von Fraktalen (1–2 Vorträge)** [B1, B2, F1, F2]
- Coderaum und die Codierungsabbildung
  - Coderaum als metrischer Raum
  - Fraktale Tops
  - (evtl: Simulation selbstähnlicher Mengen)
5. **Superfraktale (3–4 Vorträge)** [B2]
- Homeomorphismen zwischen Fraktalen und fraktale Transformationen
  - Superfraktale und 1–variable Mengen
  - $V$ –variable Mengen und entsprechende Code-Bäume

## Literatur

- [B1] M. Barnsley: *Fractals Everywhere*, Academic Press 1993.
- [B2] M. Barnsley: *Superfractals*, Academic Press 2006.
- [F1] K. Falconer: *Fractal Geometry*, Wiley 1990.
- [F2] K. Falconer: *Techniques in Fractal Geometry*, Wiley 1997.