

Numerische Lösung von zustandsbeschränkten Optimalsteuerungsproblemen für gekoppelte Systeme von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen: Wie fliege ich in zwei Stunden in die USA?

Hans Josef Pesch

`hans-josef.pesch@uni-bayreuth.de`

Lehrstuhl für Ingenieurmathematik, Universität Bayreuth

Abstract

Fliegen mit hypersonischen Geschwindigkeiten (um 6000 km/h) in der Passagierluftfahrt ist ein seriöses Forschungsgebiet europäischer Flugzeughersteller. Die Nachfolgeneration der Concorde soll 300 Passagiere und bis zu 400 Tonnen transportieren können. Diese Flugzeuge werden horizontal starten und einen Antipodenflug in kaum mehr als 4 Stunden bei einer Flughöhe von 20-30 km durchführen können. Fliegen mit diesen Geschwindigkeiten stellt nicht nur neue Herausforderungen an die Entwicklung neuartiger Scramjet-Triebwerke, die mit flüssigem Wasserstoff betrieben werden, sondern auch an die Bewältigung der enormen aerothermischen Aufheizung der Außenhülle des Flugzeugs.

Zu letzterem Problem kann nun mathematische Optimierung einen Lösungsvorschlag unterbreiten. Im Vortrag wird ein mathematisches Modell in Form eines Optimalsteuerungsproblems präsentiert, das zum einen aus den üblichen gewöhnlichen Differentialgleichungen der Flugdynamik besteht, zum anderen aber noch eine nichtlineare parabolische partielle Differentialgleichung zur Berechnung der aerothermischen Aufheizung des Hitzeschutzsystems aufweist. Die Temperatur des Hitzeschutzschildes muss dabei durch optimale Steuerung des Flugzeugs begrenzt werden. Dieses gekoppelte System aus gewöhnlichen und einer partiellen Differentialgleichung scheint im Kontext von Optimalsteuerungsproblemen neuartig zu sein.

Ein akademisches Beispiel, getauft als hypersonisches Raketenauto, bei dem die Simplifizierung des Flugzeugmodells auf die Spitze getrieben wird, enthüllt dann die unerwarteten Schwierigkeiten bei der numerischen Lösung der notwendigen Bedingungen. Als Ausweg bleibt daher nur die Methode der Diskretisierung und der anschließenden Lösung des großen nichtlinearen restringierten Optimierungsproblems. Numerische Resultate runden die mathematischen Analysen inklusive einer näherungsweise A-posteriori-Validierung der notwendigen Bedingungen ab und zeigen auch, wie man unter Einhaltung von Temperaturhöchstgrenzen in gut zwei Stunden von Europa nach Nordamerika fliegen kann.