4.* Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein W-raum und $A_1, \ldots, A_n \in \mathcal{F}$. Man betrachte das Ereignis B_m, daß genau m der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ eintreten $(0 \leq m \leq n)$ Unter Benutzung der Formel von POINCARÉ beweise man

$$P(B_m) = \sum_{\substack{U \subseteq \{1,2,\cdots,n\} \\ |U| \geq m}} \binom{|U|}{m} (-1)^{|U|-m} P\left(\bigcap_{i \in U} A_i \right)$$

$$= \sum_{k=m}^{n} \binom{k}{m} (-1)^{k-m} S_k,$$

wobei $|U| = \mathrm{Anz}(U)$, $S_0 = 1$ sowie

$$S_k = \sum_{1 \leq i_1 < \cdots < i_k \leq n} P\left(\bigcap_{j=1}^{k} A_{i_j} \right)$$

bezeichnen.

Abgabe: Zur Übungszeit in der Woche vom 7. – 11. November 2005

* Fakultative Aufgabe, zur Bearbeitung empfohlen