B. Külshammer

Ausgabe: 17.12.07
Abgabe: 08.01.-11.01.08

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LA Gymnasium)

Übungsblatt 9

Aufgabe 37 (3)
Welche der folgenden Abbildungen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ sind linear?

(i) $f(x, y, z) = (2x + y,\ y - z)$

(ii) $f(x, y, z) = (x + 1,\ y + z)$

(iii) $f(x, y, z) = (x - y,\ yz)$.

Aufgabe 38 (6)
Zeigen Sie, dass die folgende Abbildung linear ist, und bestimmen Sie Basen von $\mathrm{Ker}(f)$ und $\mathrm{Bld}(f)$:

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ (x, y, z) \mapsto (x + 2y + z,\ y + z,\ -x + 3y + 4z).$$

Aufgabe 39 (2+2)
Stellen Sie fest, welche der Aussagen über Untervektorräume U_1, U_2 eines $\mathbb{R}$-Vektorraums V und beliebige lineare Abbildungen $f : V \to V$ richtig sind:

(i) $f(U_1 + U_2) = f(U_1) + f(U_2)$.

(ii) $f^{-1}(U_1 + U_2) = f^{-1}(U_1) + f^{-1}(U_2)$.

Aufgabe 40 (2)
Zeigen Sie, dass jede quadratische Matrix A zu $A^\top$ äquivalent ist.

Aufgabe 41 (2+2)
Zeigen Sie, dass für $\mathbb{R}$-Vektorräume U, V, W und $f \in \mathrm{Hom}(U, V),\ g \in \mathrm{Hom}(V, W)$ stets gilt:

$$\mathrm{rg}(g \circ f) \le \mathrm{rg}(g) \quad \text{und} \quad \mathrm{rg}(g \circ f) \le \mathrm{rg}(f).$$

Aufgabe 42 (2)
Geben Sie eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\mathrm{Bld}(f) = \mathrm{Ker}(f)$ an.

Frohe Weihnachten und ein gutes Jahr 2008!

Hinweis: Die Übungsblätter finden Sie auch im Internet unter der Adresse:
http://www.mathematik.uni-jena.de/algebra/