

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LA Gymnasium)**Übungsblatt 3**

Die erste Wiederholung der Modulprüfung findet in Form einer Klausur am 07.04.08 von 9 bis 12 Uhr im HS 1 Abbeanum statt. Diese ist vorgesehen für Studierende, die die Modulprüfung nicht bestanden haben oder an ihr aus triftigen Gründen nicht teilnehmen konnten. Ansonsten gelten die gleichen Zulassungsbedingungen.

Aufgabe 9 (2+2)

- (i) Gegeben seien Mengen M, N mit m bzw. n Elementen. Geben Sie eine Formel für die Anzahl der injektiven Abbildungen $f : M \rightarrow N$ an, und begründen Sie diese.
- (ii) Eine Übungsgruppe besteht aus 25 Studierenden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben?

Aufgabe 10 (2+2)

Gegeben seien eine Abbildung $f : M \rightarrow N$ und eine Teilmenge X von M . Beweisen oder widerlegen Sie:

- (i) Ist f injektiv, so auch die Einschränkung $f|_X$.
- (ii) Ist f surjektiv, so auch die Einschränkung $f|_X$.

Aufgabe 11 (2+2+2+2)

Eine Relation **auf** einer Menge M ist eine Relation der Form (M, M, R) ; insbesondere ist also $R \subseteq M \times M$. Diese Relation heißt

- (a) **reflexiv**, falls xRx für alle $x \in M$ gilt.
- (b) **symmetrisch**, falls für alle $x, y \in M$ gilt: $xRy \Rightarrow yRx$.
- (c) **transitiv**, falls für alle $x, y, z \in M$ gilt: $xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$.
- (d) **antisymmetrisch**, falls für alle $x, y \in M$ gilt: $xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$.

Geben Sie für jede der Eigenschaften (a), (b), (c), (d) eine Relation an, die diese Eigenschaft hat, aber keine der drei anderen.

Aufgabe 12 (2+2+2)

Es sei M eine endliche Menge mit m Elementen.

- (i) Bestimmen Sie die Anzahl aller Relationen auf M .
- (ii) Bestimmen Sie die Anzahl aller reflexiven Relationen auf M .
- (iii) Bestimmen Sie die Anzahl aller symmetrischen Relationen auf M .

Hinweis: Die Übungsblätter finden Sie auch im Internet unter der Adresse:
<http://www.mathematik.uni-jena.de/algebra/>