

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LA Gymnasium)

Übungsblatt 15

Aufgabe 65

Entscheiden Sie durch Berechnung der Eigenwerte der beschreibenden Matrix, welche Punkt-Mengen in \mathbb{R}^2 jeweils vorliegen:

(i) $4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$ (Lösung: Ellipse)

(ii) $4x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 = 1$ (Lösung: Parallelen-Paar)

(iii) $x_1^2 - x_1x_2 - \frac{3}{4}x_2^2 = 0$ (Lösung: Geraden-Paar)

Bemerkung: Die letzte Punkt-Menge lässt sich auch allein durch quadratische Ergänzung finden.

Aufgabe 66

(i) Zeigen Sie, dass durch die Gleichungen $x = \cos t - \sin t$, $y = \cos t + \sin t$ mit $t \in \mathbb{R}$ eine Ellipse beschrieben wird. Berechnen Sie die Länge der großen Halbachse.

(ii) Zeigen Sie, dass durch die Gleichungen $x = \cosh t - \sinh t$, $y = \cosh t + \sinh t$ mit $t \in \mathbb{R}$ eine Hyperbel beschrieben wird. Berechnen Sie die Länge der großen Halbachse.

Viel Erfolg bei der Klausur!

Hinweis: Die Übungsblätter finden Sie auch im Internet unter der Adresse:

<http://www.mathematik.uni-jena.de/algebra/>