B. Külshammer

Ausgabe: 04.02.08
Abgabe: 12.-15.02.08

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LA Gymnasium)

Übungsblatt 14

Aufgabe 61 (2+2)

(i) Zeigen Sie, dass die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, (x, y, z) \mapsto (y, z, -x)$, eine orthogonale Transformation ist.

(ii) Schreiben Sie f als Produkt von Spiegelungen.

Aufgabe 62 (2)

Bestimmen Sie die QR-Zerlegung der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 63 (2+2)

Die Menge $Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, \ -1 \leq y \leq 1\}$ ist ein Quadrat.

(i) Zeigen Sie, dass $G := \{g \in O(\mathbb{R}^2) : g(Q) = Q\}$ eine Gruppe bzgl. der Komposition von Abbildungen ist.

(ii) Bestimmen Sie die Anzahl der Elemente in G, und geben Sie diese Elemente an.

Aufgabe 64 (2+2)

(i) Zeigen Sie, dass die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \ (x, y, z) \mapsto (x+y+z, \ x+y+z, \ x+y+z)$, selbstadjungiert ist.

(ii) Konstruieren Sie eine ONB von $\mathbb{R}^3$, die aus Eigenvektoren von f besteht.

Hinweis: Die Übungsblätter finden Sie auch im Internet unter der Adresse:
http://www.mathematik.uni-jena.de/algebra/