

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LA Gymnasium)

Übungsblatt 13

Aufgabe 57 (2+2+2)

(i) Konstruieren Sie eine ONB für den folgenden Untervektorraum des \mathbb{R}^3 :

$$U := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - 3z = 0\}.$$

(ii) Bestimmen Sie eine Basis von U^\perp .

(iii) Finden Sie den Vektor in U , der zu $v = (1, 2, 3)$ den kleinsten Abstand hat.

Aufgabe 58 (2)

Finden Sie eine geschlossene Formel für die folgendermaßen definierte Folge:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_{n+1} = a_n - a_{n-1} \quad (n \geq 2).$$

Aufgabe 59 (2+2+2)

Finden Sie zu den Punkten $(1, 3), (2, 1), (3, 5), (4, 2)$ im \mathbb{R}^2 Polynome der Form

$$a_1x + a_0, b_2x^2 + b_1x + b_0, c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0,$$

die diese „gut“ approximieren.

Aufgabe 60 (2)

Es sei V der \mathbb{R} -Vektorraum aller reellen Folgen $x = (x_k)_{k=1}^\infty$ mit $\sum_{k=1}^\infty |x_k|^2 < \infty$. Zeigen Sie, dass V ein euklidischer Vektorraum wird, wenn man

$$(x|y) := \sum_{k=1}^\infty x_k y_k$$

für $x = (x_k)_{k=1}^\infty, y = (y_k)_{k=1}^\infty \in V$ definiert.

Hinweis: Die Übungsblätter finden Sie auch im Internet unter der Adresse:

<http://www.mathematik.uni-jena.de/algebra/>