

Übungen zur Vorlesung

Mathematik (Linearen Algebra)

Blatt 1

Aufgabe 1. (3 Punkte)

Verifizieren Sie, dass $\mathbb{C} := \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ mit den in der Vorlesung definierten Operationen ein Körper ist.

Aufgabe 2. (3 Punkte)

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen von \mathbb{C} :

- (i) $\{z \in \mathbb{C} : |z + 1| = 4\}$
- (ii) $\{z \in \mathbb{C} : |z + i| = |z - 1|\}$
- (iii) $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z + 2) \geq \operatorname{Im}(\bar{z})\}$

Aufgabe 3. (8 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen für alle $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$:

- (i) $\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = \overline{z_1 + z_2}$.
- (ii) $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = \overline{z_1 \cdot z_2}$.
- (iii) $z = \bar{z}$ gilt genau dann, wenn $z \in \mathbb{R}$.
- (iv) $|z| = |\bar{z}|$.

Aufgabe 4. (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (i) Für $z \in \mathbb{C}$ gilt $|z| = 0$ genau dann, wenn $z = 0$ ist.
- (ii) Für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt: $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
- (iii) Für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt: $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.