

## Übungen zur Algebra II

### Blatt 5

#### Aufgabe 19 (2)

Zeigen Sie, dass jeder Integritätsbereich, der nur endlich viele Ideale enthält, ein Körper ist.

#### Aufgabe 20 (2)

Bestimmen Sie das Zentrum des Quaternionenschiefkörpers  $\mathbb{H}$ .

#### Aufgabe 21 (2)

Ist  $(1 + \sqrt{-5})$  ein maximales Ideal in  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{-5}$ ?

#### Aufgabe 22 (4)

Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{-2}$ ,  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{2}$ ,  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\sqrt{3}$  und  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}\frac{1+\sqrt{-3}}{2}$  euklidische Ringe sind.

#### Aufgabe 23 (2)

Zeigen Sie, dass  $(2, X)$  in  $\mathbb{Z}[X]$  ein maximales Ideal, aber kein Hauptideal ist.

#### Aufgabe 24 (2)

Berechnen Sie in  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}i$  einen größten gemeinsamen Teiler von  $5 + 3i$  und  $6 + 7i$ .