

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 9

Aufgabe 1. (9 Punkte) Es sei \mathbb{R}^3 der euklidische Raum mit dem Standardskalarprodukt, $W := \{(x_1, x_2, x_3) \mid 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0\}$ und $v = (1, 2, 3)$.

- (i) Bestimmen Sie W^\perp .
- (ii) Bestimmen Sie die orthogonale Projektion von v auf W .
- (iii) Berechnen Sie den Abstand $\text{dist}(v, W)$.

Aufgabe 2. (6 Punkte)

- (i) Zeigen Sie, dass durch

$$((x_1, x_2), (y_1, y_2)) := 2x_1y_1 + x_2y_2 - x_1y_2 - x_2y_1$$

ein Skalarprodukt auf dem Vektorraum \mathbb{R}^2 definiert wird.

- (ii) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis von \mathbb{R}^2 bzgl. dieses Skalarprodukts.

Aufgabe 3. (3 Punkte) Es sei $V = C[a, b]$ der Vektorraum aller stetigen Funktionen $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass durch

$$\langle f, g \rangle := \int_a^b f(x)g(x)dx$$

ein Skalarprodukt auf V definiert wird.