K. Haberland
G. Horn

Ausgabe: Woche vom 24. 04. 2006
Abgabe: Woche vom 01. 05. 2006

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 1

Aufgabe 1. (3 Punkte)
Verifizieren Sie, dass $\mathbb{C} := \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$ mit den in der Vorlesung definierten Operationen ein Körper ist.

Aufgabe 2. (3 Punkte)
Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen von $\mathbb{C}$:

(i) $\{z \in \mathbb{C} : |z+1| = 4\}$

(ii) $\{z \in \mathbb{C} : |z+i| = |z-1|\}$

(iii) $\{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z+2) \geq \mathrm{Im}(\overline{z})\}$

Aufgabe 3. (8 Punkte)
Beweisen Sie die folgenden Aussagen für alle $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$:

(i) $\overline{z_1} + \overline{z_2} = \overline{z_1 + z_2}$.

(ii) $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2} = \overline{z_1 \cdot z_2}$.

(iii) $z = \overline{z}$ gilt genau dann, wenn $z \in \mathbb{R}$.

(iv) $|z| = |\overline{z}|$.

Aufgabe 4. (6 Punkte)
Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(i) Für $z \in \mathbb{C}$ gilt $|z| = 0$ genau dann, wenn $z = 0$ ist.

(ii) Für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt: $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

(iii) Für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt: $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.